

Universidade de São Paulo

Daniela Lajner

**Estudo da influência da incerteza nos parâmetros mecânicos dos
maciços rochosos sobre a análise da condição de estabilidade de
pilares em rocha**

São Paulo

2019

Universidade de São Paulo

Daniela Lajner

**Estudo da influência da incerteza nos parâmetros mecânicos dos
maciços rochosos sobre a análise da condição de estabilidade de
pilares em rocha**

Trabalho de formatura apresentado ao
Departamento de Engenharia de Minas e de
Petróleo da Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo, sob orientação do Professor
Doutor Eduardo César Sansone, para obtenção
do título de Bacharel em Engenharia de Minas.

São Paulo

2019

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

TF-2019
L147e

H2019A



Escola Politécnica - EPMI



31700002869

Catálogo-na-publicação

Lajner, Daniela

Estudo da influência da incerteza nos parâmetros mecânicos dos maciços rochosos sobre a análise da condição de estabilidade de pilares em rocha / D. Lajner -- São Paulo, 2019.

43 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Minas e Petróleo.

1.MINERAÇÃO 2.SIMULAÇÃO (ESTATÍSTICA) 3.PILARES 4.MECÂNICA DE ROCHAS I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Minas e Petróleo II.t.

RESUMO

O projeto das minas subterrâneas deve ser realizado de modo a permitir que estas desempenhem sua função com eficiência e ao mesmo tempo proporcionem segurança para a operação e para os usuários. Para tanto, se torna importante aplicar os conceitos da Mecânica das Rochas. Os maciços rochosos estão sempre submetidos a esforços (tensões), que podem causar deformações na rocha ou mesmo levar à sua ruptura. Uma característica particular do projeto de obras em rocha é a variabilidade das rochas e das estruturas presentes em um maciço rochoso. Desta forma, a caracterização e a determinação dos parâmetros mecânicos das rochas presentes na região da obra, se tornam tarefas difíceis e que tendem a apresentar resultados com grande incerteza associada. Assim sendo, o presente trabalho tem como objetivo estudar a influência das incertezas nas propriedades mecânicas das rochas e dos maciços rochosos sobre a avaliação da condição de estabilidade de pilares de rocha. Para isso, foi realizado um estudo aplicado no caso do colapso de pilares ocorrido em 2003 na mina Barro Branco localizada em SC. Foram realizadas análises da distribuição probabilística do fator de segurança de um pilar típico da mina estudada utilizando o método de Monte Carlo, o método das Estimativas Pontuais e o método do Segundo Momento de Primeira Ordem. Através dos resultados, busca-se mostrar que, mesmo um pilar com fator de segurança considerado aceitável, pode apresentar risco de ruptura devido às incertezas nos parâmetros mecânicos, e também que a probabilidade de ruptura é função do coeficiente de variação dos parâmetros mecânicos.

Palavras-Chave: Mineração; Simulação (Estatística); Pilares; Mecânica de Rochas.

ABSTRACT

The design of underground mines should be designed to enable them to perform their function efficiently while providing safety for operation and users. Therefore, it is important to apply the concepts of Rock Mechanics. Rock masses are always subjected to stresses, which can cause deformation of the rock or even lead to its rupture. A particular feature of rock works design is the variability of rocks and structures present in a rock mass. Thus, the characterization and determination of the mechanical parameters of the rocks present in the work region become difficult tasks and tend to present results with great associated uncertainty. Thus, the present work aims to study the influence of uncertainties on the mechanical properties of rocks and rock masses on the evaluation of the stability condition of rock pillars. For this, a study was conducted in the case of the collapse of pillars that occurred in 2003 at the Barro Branco mine located in SC. Probability distribution of the safety factor of a typical pillar of the mine studied was performed using the Monte Carlo method, the Point Estimates method and the Second Order First Moment method. The results show that even a pillar with an acceptable safety factor can present a risk of rupture due to uncertainties in the mechanical parameters, and also that the probability of rupture is a function of the coefficient of variation of the mechanical parameters.

Key words: Mining; Simulation (Statistics); Pillars; Rock mechanics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Tensões gravitacionais.....	6
Figura 2 - Comportamento mecânico típico das rochas.....	8
Figura 3 - Valores para GSI.....	11
Figura 4 - Valores para D.....	12
Figura 5 - Estimativas pontuais de uma função de densidade de probabilidades.....	16
Figura 6 - Método do Segundo Momento de Primeira Ordem.....	18
Figura 7 - Vista em planta de área lavrada pelo método de câmara e pilares.....	19
Figura 8 - Deformação em um pilar.....	20
Figura 9 - Geometria dos pilares aplicada no critério da área tributária.....	21
Figura 10 – Painel de lavra da mina do Barro Branco onde ocorreu o colapso de pilares. ...	24
Figura 11 - Gráfico da variação do fator de segurança em função da resistência à compressão uniaxial da rocha intacta.....	26
Figura 12 - Gráfico da variação do fator de segurança em função do GSI.....	26
Figura 13 - Histograma para a amostra de valores da resistência à compressão uniaxial da rocha intacta.....	27
Figura 14 - Histograma para a amostra de valores do GSI.....	28
Figura 15 - Histograma para a amostra de valores do fator de segurança com coeficiente de variação igual a 20%.....	28
Figura 16 - Histograma para a amostra de valores do fator de segurança com coeficiente de variação igual a 15%.....	29
Figura 17 - Histograma para a amostra de valores do fator de segurança com coeficiente de variação igual a 10%.....	29
Figura 18 - Histograma para a amostra de valores do fator de segurança com coeficiente de variação igual a 5%.....	30
Figura 19 - Probabilidade de ruptura com $P(FS) < 1$	31
Figura 20 - Gráfico de probabilidade de ruptura do pilar em função do coeficiente de variação para os três métodos utilizados.....	33

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Relação de coeficiente de variação e probabilidade de ruptura para o método de Monte Carlo	30
Tabela 2 - Relação de coeficiente de variação e probabilidade de ruptura para o método das Estimativas Pontuais.....	31
Tabela 3 - Relação de coeficiente de variação e probabilidade de ruptura para o método do Segundo Momento de Primeira Ordem.	32

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. OBJETIVO	4
2. REVISÃO DA LITERATURA	5
2.1. MECÂNICA DAS ROCHAS	5
2.2. TENSÕES NAS ROCHAS	5
2.1.3. Comportamento mecânico das rochas	7
2.4. CRITÉRIOS DE RUPTURA PARA ROCHAS	8
2.5. PROPRIEDADES MECÂNICAS DAS ROCHAS	13
2.5.1. Ensaios mecânicos.....	13
2.5.2. Incertezas	13
2.7. MÉTODOS PARA A ANÁLISE DE INCERTEZAS	14
2.7.1. Método de Monte Carlo	14
2.7.2. Método das Estimativas Pontuais	15
2.7.3. Método do Segundo Momento de Primeira Ordem	17
2.7. LAVRA DE MINAS PELO MÉTODO DE CÂMARAS E PILARES	19
2.7.1. Descrição do método.....	19
2.7.2. Análise da estabilidade de pilares em rocha	20
3. MATERIAIS E MÉTODOS.....	23
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	24
4.1. ESTUDO DE UM PILAR DA MINA BARRO BRANCO, SC.....	24
4.2. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE	26
4.3. ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO PROBABILÍSTICA DO FATOR DE SEGURANÇA DO PILAR PELO MÉTODO DE MONTE CARLO.....	27
4.4. ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO PROBABILÍSTICA DO FATOR DE SEGURANÇA DO PILAR PELO MÉTODO DAS ESTIMATIVAS PONTUAIS.....	31
4.5. ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO PROBABILÍSTICA DO FATOR DE SEGURANÇA DO PILAR PELO MÉTODO DO SEGUNDO MOMENTO DE PRIMEIRA ORDEM.....	32
4.6. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS	32
5. CONCLUSÃO.....	34
REFERÊNCIAS.....	35

1. INTRODUÇÃO

A realização de obras em rocha é uma atividade que teve origem nos primórdios de nossa civilização, e em razão de sua grande importância tem ganhado cada vez mais destaque em nossos dias. Estas obras estão relacionadas principalmente a atividades de mineração, a construção civil e a produção de petróleo.

As obras em rocha podem ser realizadas em superfície, como as cavas de minas a céu aberto ou cortes para a passagem de estradas; e em subterrâneo, como as minas subterrâneas, os túneis e os poços de petróleo. De modo geral, os projetos de Engenharia envolvendo este tipo de atividade podem ser agrupados nas seguintes categorias: taludes, fundações, túneis, poços, cavernas, painéis de lavra, obras de produção de energia geotérmica e armazenamento de rejeitos radioativos, entre outros.

O projeto destas obras deve ser realizado de modo a permitir que estas desempenhem sua função com eficiência e ao mesmo tempo proporcionem segurança para a operação e para os usuários. Para tanto, se torna importante aplicar os conceitos da Mecânica das Rochas, a área tecnológica que tem como finalidade estudar as propriedades e o comportamento das Rochas e dos Maciços Rochosos, quando estes são submetidos a esforços (BRADY E BROWN, 2004).

Diferentes abordagens podem ser utilizadas na análise do comportamento das escavações realizadas em rocha. Os principais métodos de projeto normalmente utilizados são os seguintes: Analíticos ou de Solução Fechada, Equilíbrio Limite, Numéricos, Empíricos, Analogias e Modelos Físicos (BRADY E BROWN, 2004).

Os maciços rochosos estão sempre submetidos a esforços (tensões), que podem causar deformações na rocha ou mesmo levar à sua ruptura. A origem destes esforços pode ser atribuída a causas naturais ou induzida pela realização de obras de engenharia. As primeiras são aquelas que atuam nas rochas por efeito de algum fator condicionante anterior, como o efeito gravitacional ou os esforços tectônicos atuantes na crosta terrestre. Enquanto que as segundas estão associadas às perturbações no meio, provocadas pelas escavações (HUDSON, 2005).

As tensões naturais gravitacionais apresentam componentes que se orientam segundo as direções vertical e horizontal, mas a presença de outros tipos de

esforços pode mudar esta configuração. Estas tensões atuando sobre as escavações, tanto em superfície quanto em profundidade, provocam deformações, sendo a relação entre estas, ditada pelo particular comportamento mecânico da rocha escavada. Este comportamento pode ser caracterizado experimentalmente e representado por curvas tensão x deformação (FRANKLIN E DUSSEAU, 1989).

Os modelos básicos que procuram representar o comportamento mecânico das rochas são o elástico, o plástico e o viscoso ou as associações entre estes. No comportamento elástico, o material retorna à sua forma original quando o esforço aplicado cessa; no plástico, deformações permanentes já se tornam presentes; e o viscoso, caracteriza-se por relacionar as deformações com a evolução do tempo (HUDSON, 1993).

A aplicação destes modelos de comportamento mecânico permite que se analise a condição de estabilidade das obras em rocha, quer pela avaliação das deformações resultantes, como pela previsão de possíveis colapsos. Os métodos de projeto analíticos ou de solução fechada e os métodos numéricos são os que fornecem, neste sentido, resultados de melhor qualidade (BARLA, 2003).

Os métodos analíticos, apesar de tradicionais nesta área, possuem limitações em sua aplicabilidade, pois são adequados apenas para problemas com geometria simples e com a presença de materiais homogêneos, quando é possível obter soluções com aplicabilidade prática. Já os métodos numéricos podem ser aplicados a situações de maior complexidade, relacionadas com a geometria, anisotropia, comportamento não linear, presença de poro-pressão e cargas sísmicas, entre outras (BARLA, 2003).

Através da construção de modelos numéricos é possível determinar distribuições de tensões e deformações no contorno das escavações que permitam uma avaliação da adequação do projeto, bem como, a previsão de modos de falha. Tal característica, aliada à evolução dos códigos e do *hardware* necessário para o processamento destes modelos, tem tornado estes, uma escolha frequente como ferramenta de projeto nas últimas décadas.

Os métodos numéricos de análise de tensões e deformações mais utilizados na análise das obras em rocha são o Método dos Elementos Finitos (*Finite Element*

Method – FEM), o Método das Diferenças Finitas (*Finite Difference Method – FDM*), o Método dos Elementos de Contorno (*Boundary Element Method – BEM*) e o Método dos Elementos Distintos ou Discretos (*Discrete Element Method – DEM*) (HOEK, 2007).

Uma característica particular do projeto de obras em rocha, e que acrescenta um grande complicador, em uma comparação com o projeto de outros tipos de obras, é a variabilidade das rochas e das estruturas presentes em um maciço rochoso. Isto se dá em virtude da diversidade de processos que se manifestam na evolução geológica da crosta terrestre, e produzem como resultado uma distribuição complexa de materiais com características mecânicas diversas, variáveis e anisotrópicas, além da presença de descontinuidades distribuídas de forma muitas vezes caótica (HOEK, 2007).

Desta forma, a caracterização e a determinação dos parâmetros mecânicos das rochas presentes na região da obra, se tornam tarefas difíceis e que tendem a apresentar resultados com grande incerteza associada.

Tal fato introduz a necessidade da realização de análises estatísticas quando são utilizados modelos numéricos no projeto das obras em rocha. Simulações estatísticas permitem a avaliação da influência das incertezas nos dados de entrada sobre resultados como a distribuição das tensões e deformações na periferia das escavações, bem como a ocorrência de plastificações, rupturas e o colapso estrutural.

Assim sendo, o que se propõe nesta pesquisa é estudar como a incerteza impacta a avaliação da condição de estabilidade de escavações de mineração, bem como identificar parâmetros com influência mais significativa.

1.1. OBJETIVO

O objetivo desta pesquisa é estudar a influência das incertezas nas propriedades mecânicas das rochas e dos maciços rochosos sobre a avaliação da condição de estabilidade de pilares de rocha. Este estudo será aplicado na análise do colapso de pilares ocorrido na mina Barro Branco em 2003, que é uma mina subterrânea de carvão, localizada no estado de Santa Catarina.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1. MECÂNICA DAS ROCHAS

Rochas são materiais sólidos consolidados, formados naturalmente por agregados de minerais. Desta forma, possuem coesão interna e resistência a solicitações mecânicas de várias naturezas (MAIA, 2018).

A Mecânica é uma área da Física que, de uma forma geral, estuda a resposta dos materiais a solicitações mecânicas. Assim sendo, a Mecânica das Rochas é a área que tem como finalidade estudar as propriedades e o comportamento mecânico das rochas e dos maciços rochosos quando submetidos a esforços nas obras de engenharia (MAIA, 2018).

2.2. TENSÕES NAS ROCHAS

Tensão é uma grandeza física resultante dos esforços atuantes no interior dos corpos, e que produz efeitos na forma de deformações ou ruptura. As tensões *in situ* podem ser classificadas em tensões naturais e tensões induzidas (BRADY E BROWN, 1994). As tensões naturais são aquelas que atuam nas rochas em razão de efeitos gravitacional, estrutural e outros. Enquanto que as tensões induzidas estão associadas a perturbações artificiais no meio rochoso, como a realização de escavações, perfurações, etc.

As tensões naturais podem ser divididas em gravitacionais, tectônicas e residuais (BRADY E BROWN, 1994). As primeiras resultam do próprio peso do maciço rochoso. A componente vertical σ_v , é geralmente assumida como uma função da profundidade, definida pela seguinte equação:

$$\sigma_v = \gamma z \quad (1)$$

Onde:

γ = peso específico da rocha;

z = profundidade ou espessura das camadas sobrejacentes de rocha.

Desta tensão compressiva vertical decorrem tensões laterais horizontais que atuam como uma reação natural, em razão das rochas tenderem a se expandir em direções

transversais com relação aos carregamentos impostos. O coeficiente de Poisson (ν) advindo da Teoria da Elasticidade expressa esta correlação, conforme a seguinte equação:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l} \quad (2)$$

Onde:

ε_t = deformação transversal;

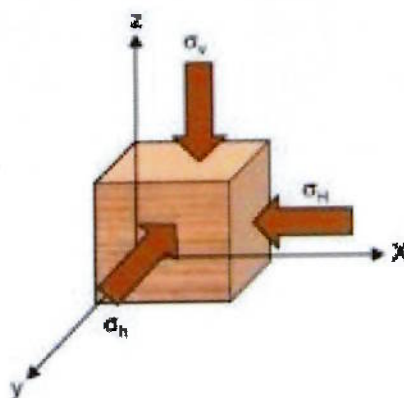
ε_l = deformação longitudinal.

Se a rocha não é livre para se expandir transversalmente, manifesta-se uma tensão transversal ou horizontal que pode ser deduzida a partir da Teoria da Elasticidade:

$$\sigma_{transversal} = \sigma_H = \left(\frac{\nu}{1 - \nu} \right) * \sigma_v \quad (3)$$

As tensões gravitacionais vertical e horizontal estão representadas na Figura 1.

Figura 1 - Tensões gravitacionais



Fonte: Macêdo, (2013).

Já as tensões de origem tectônica estão associadas aos diversos ambientes e mecanismos relacionados ao movimento relativo das placas tectônicas nas quais a crosta terrestre está subdividida. As tensões residuais são definidas como o estado de tensões que permanece na rocha após a atuação dos diversos fenômenos geológicos que determinam a formação dos maciços rochosos (BRADY E BROWN, 1994).

As tensões induzidas são resultado da redistribuição das tensões naturais a partir da escavação da rocha e a consequente geração de vazios. Esta redistribuição, em função das características da rocha e da geometria da escavação, poderá provocar a concentração de tensões em determinados pontos e, caso limites de resistência da rocha sejam excedidos, levará à ruptura da rocha e ao colapso da obra.

2.1.3. Comportamento mecânico das rochas

A resposta mecânica das rochas em relação aos vários tipos de esforços a que esta possa ser submetida é variável e depende do tipo de rocha, do particular estado de tensão, do tempo e da temperatura a que a rocha possa estar submetida, entre outros fatores.

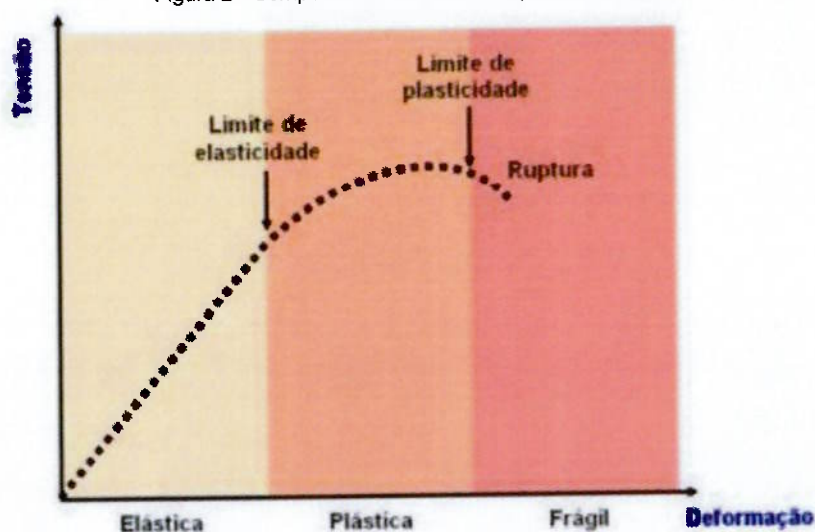
Quando tensões atuam sobre as rochas, estas sofrem deformações que podem ser reversíveis ou elásticas e irreversíveis ou plásticas.

As deformações elásticas são reversíveis, pois o material deformado elasticamente recupera a sua forma ou volume inicial após a cessação do esforço, e verifica-se nas rochas quando a tensão aplicada sobre esta não ultrapassa o seu limite de elasticidade (ROCHA, 2012).

As deformações plásticas são permanentes, pois o material permanece deformado mesmo quando o esforço cessa e verifica-se nas rochas quando a tensão aplicada sobre esta é superior ao seu limite de elasticidade e inferior ao limite de plasticidade (ROCHA, 2012).

A relação entre deformação e tensão típica das rochas pode ser observada na Figura 2.

Figura 2 - Comportamento mecânico típico das rochas



Fonte: Mendes, (2012).

Nota-se que após o limite de plasticidade, o comportamento da rocha tende a ser frágil e a mesma sofre ruptura. Desta forma, de acordo com a magnitude das tensões induzidas, as escavações em rocha podem apresentar estes dois tipos de deformação ou até mesmo a ruptura pode acontecer.

2.4. CRITÉRIOS DE RUPTURA PARA ROCHAS

As rochas podem estar submetidas a diversos tipos de solicitações mecânicas: compressão, tração, cisalhamento e flexão, ou mesmo combinações destas. Estas tensões, se suficientemente grandes, podem levar à plastificação ou à ruptura da rocha (GOODMAN, 1980).

Para se caracterizar o estado de tensões em que ocorrerá a plastificação ou a ruptura, são utilizados critérios baseados em diferentes mecanismos de ruptura que são característicos de cada litologia.

O critério de Rankine ou critério de ruptura da máxima tensão normal é o critério no qual a ruptura é esperada quando a maior tensão normal atuante atingir um valor limite da resistência do material.

No critério de Tresca ou critério de ruptura da máxima tensão de cisalhamento, a ruptura é esperada quando a maior tensão de cisalhamento atuante atingir o valor limite da resistência ao cisalhamento do material.

Ambos os critérios são de fácil implementação em metodologias de projeto, são mais adequados para prever a ocorrência de plastificação em materiais dúcteis e são adequados somente quando a resistência à compressão e à tração do material possuírem a mesma magnitude.

No critério de Mohr-Coulomb, a ruptura é esperada quando uma combinação linear de tensão normal e tensão de cisalhamento, atuantes sobre um dado plano no interior da rocha, atingir um valor crítico.

Em 1980 Hoek e Brown propuseram um critério empírico de ruptura para rochas, baseado diretamente em resultados de ensaios mecânicos realizados sobre amostras de rocha.

Verifica-se experimentalmente que este critério é mais adequado à representação do comportamento mecânico das rochas em uma comparação com o critério de Mohr-Coulomb, que também é um critério muito utilizado na mineração. Isto ocorre em razão de sua melhor aderência na região de baixas tensões e tração.

O critério de ruptura Hoek e Brown prevê uma envoltória curvilínea para os círculos de Mohr correspondentes ao estado de tensão dos ensaios realizados, com a relação $\sigma_3 \times \sigma_1$ assumindo a seguinte equação:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m * \sigma_{ci} * \sigma_3 + s * \sigma_{ci}^2} \quad (4)$$

Onde:

σ_1 = tensão principal maior na ruptura

σ_3 = tensão principal menor na ruptura

σ_{ci} = resistência à compressão uniaxial da rocha intacta

m = constante característica do tipo litológico variando tipicamente entre 0 e 25

s = constante característica do grau de alteração da rocha variando entre 0 e 1

Em 2002 Hoek, Torres e Corkum propuseram uma forma generalizada para o critério original, adequando seu uso para a representação tanto do comportamento de rocha intacta quanto do comportamento de maciços rochosos fraturados.

Assim como na versão anterior, este também prevê uma envoltória curvilínea para os círculos de Mohr correspondentes aos ensaios realizados e apresenta a seguinte expressão:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} * \left(m_b * \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (5)$$

Onde:

m_b , s e a = constantes características do tipo de maciço rochoso e da litologia

Para o caso de rocha intacta as constantes "s" e "a" apresentam os respectivos valores de 1 e 0,5, tendo-se com isto a seguinte equação.

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} * \left(m_i * \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + 1 \right)^{0,5} \quad (6)$$

Sendo que " m_b " é o valor corrigido da constante m_i característica da litologia para rocha intacta, podendo ser determinado pela seguinte equação.

$$m_b = m_i * e^{\frac{GSI-100}{28-14*D}} \quad (7)$$

Onde:

GSI = Geological Strength Index

D = fator que caracteriza o distúrbio sofrido pelo maciço em razão da escavação e da relaxação das tensões







Enquanto que "s" e "a" são constantes características do maciço rochoso com expressões dadas por:

$$s = e^{\frac{GSI-100}{9-3*D}} \quad (8)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{\frac{-GSI}{15}} - e^{\frac{-20}{3}} \right) \quad (9)$$




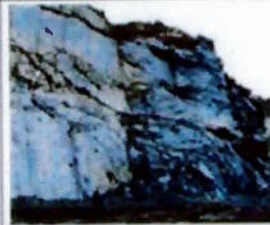

Os valores do GSI e de D podem ser determinados a partir da caracterização de campo do maciço rochoso e do tipo de obra, utilizando as Figuras 3 e 4.

Figura 3 - Valores para GSI

GEOLOGICAL STRENGTH INDEX FOR JOINTED ROCKS (Hoek and Marinos, 2000) From the lithology, structure and surface conditions of the discontinuities, estimate the average value of GSI. Do not try to be too precise. Quoting a range from 33 to 37 is more realistic than stating that GSI = 35. Note that the table does not apply to structurally controlled failures. Where weak planar structural planes are present in an unfavourable orientation with respect to the excavation face, these will dominate the rock mass behaviour. The shear strength of surfaces in rocks that are prone to deterioration as a result of changes in moisture content will be reduced if water is present. When working with rocks in the fair to very poor categories, a shift to the right may be made for wet conditions. Water pressure is dealt with by effective stress analysis.		SURFACE CONDITIONS				
STRUCTURE		SURFACE CONDITIONS				
		VERY GOOD Very rough, fresh unweathered surfaces GOOD Rough, slightly weathered, iron stained surfaces FAIR Smooth, moderately weathered and altered surfaces POOR Slackensided, highly weathered surfaces with compact coatings or fillings of angular fragments VERY POOR Slackensided, highly weathered surfaces with soft clay coatings or fillings				
		DECREASING SURFACE QUALITY →				
DECREASING INTERLOCKING OF ROCK PIECES ↓	 INTACT OR MASSIVE - intact rock specimens or massive in situ rock with few widely spaced discontinuities	90			N/A	N/A
	 BLOCKY - well interlocked undisturbed rock mass consisting of cubical blocks formed by three intersecting discontinuity sets	80	70			
	 VERY BLOCKY - interlocked, partially disturbed mass with multi-faceted angular blocks formed by 4 or more joint sets		60			
	 BLOCKY/DISTURBED/SEAMY - folded with angular blocks formed by many intersecting discontinuity sets. Persistence of bedding planes or schistosity			50		
	 DISINTEGRATED - poorly interlocked, heavily broken rock mass with mixture of angular and rounded rock pieces				40	
	 LAMINATED/SHEARED - Lack of blockiness due to close spacing of weak schistosity or shear planes					30
					20	
		N/A	N/A			10

Fonte: Hoek e Brown, (2019).

Figura 4 - Valores para D

Appearance of rock mass	Description of rock mass	Suggested value of D
	Excellent quality controlled blasting or excavation by Tunnel Boring Machine results in minimal disturbance to the confined rock mass surrounding a tunnel.	$D = 0$
	Mechanical or hand excavation in poor quality rock masses (no blasting) results in minimal disturbance to the surrounding rock mass. Where squeezing problems result in significant floor heave, disturbance can be severe unless a temporary invert, as shown in the photograph, is placed.	$D = 0$ $D = 0.5$ No invert
	Very poor quality blasting in a hard rock tunnel results in severe local damage, extending 2 or 3 m. in the surrounding rock mass.	$D = 0.8$
	Small scale blasting in civil engineering slopes results in modest rock mass damage, particularly if controlled blasting is used as shown on the left hand side of the photograph. However, stress relief results in some disturbance.	$D = 0.7$ Good blasting $D = 1.0$ Poor blasting
	Very large open pit mine slopes suffer significant disturbance due to heavy production blasting and also due to stress relief from overburden removal. In some softer rocks excavation can be carried out by ripping and dozing and the degree of damage to the slopes is less.	$D = 1.0$ Production blasting $D = 0.7$ Mechanical excavation

Fonte: Hoek e Brown, (2019).

Além disto, a resistência à compressão uniaxial do maciço rochoso será dada por:

$$\sigma_{cm} = \sigma_{ci} * S^a \quad (10)$$

2.5. PROPRIEDADES MECÂNICAS DAS ROCHAS

2.5.1. Ensaaios mecânicos

Entre os principais ensaios mecânicos realizados em rocha estão: compressão uniaxial, compressão triaxial, tração, flexão e cisalhamento.

A determinação da resistência à compressão uniaxial pode ser realizada através do método direto, em prensa hidráulica, ou por meio de métodos indiretos. Dentre estes estão: métodos classificatórios (tipo litológico e dureza Mohs), métodos de dureza superficial (cone de indentação NCB, esclerômetro shore e martelo schmidt), velocidade de propagação de ondas sísmicas e ensaio de compressão pontual.

O ensaio de compressão triaxial determina a resistência da rocha a esforços aplicados nas 3 direções e tem entre suas finalidades, levantar os critérios de ruptura aplicados na análise da estabilidade de escavações em superfície e em subterrâneo.

O ensaio de tração pode ser realizado através da forma direta ou indireta (método brasileiro). A resistência à tração é utilizada na determinação dos critérios de ruptura, e na análise da estabilidade de paredes e teto de escavações.

O estudo da resistência à flexão tem aplicações similares às da resistência à tração, além de ser um índice tecnológico para a caracterização de rochas ornamentais. O ensaio pode ser realizado por 3 ou 4 pontos.

Por fim, o ensaio de resistência ao cisalhamento tem como aplicações: a determinação de critérios de ruptura, a análise da estabilidade de escavações subterrâneas, a verificação de possível escorregamento de cunhas ou blocos, e a análise da estabilidade de taludes em rocha, com o estudo do escorregamento em planos de descontinuidades.

2.5.2. Incertezas

Os parâmetros característicos do comportamento mecânico das rochas apresentam incertezas que possuem várias origens, como por exemplo: processo de amostragem inadequado, imprecisão nos ensaios, tratamento inadequado dos

resultados experimentais, inadequação do método de projeto e a variabilidade natural.

Segundo Melchers (1999), as incertezas podem ser classificadas em dois grupos: intrínsecas e epistêmicas. Dentro do grupo das incertezas intrínsecas, distinguem-se as incertezas físicas e as de previsão. No âmbito da Mecânica de Rochas, estão relacionadas ao complexo processo de formação dos maciços rochosos e sua variabilidade natural tanto espacial quanto temporal.

Esta incerteza, apesar de não poder ser totalmente eliminada, pode ser reduzida através de, por exemplo, a coleta de mais informações a respeito das características dos maciços rochosos por meio de ensaios de laboratório e de campo mais cuidadosos.

Além disto, esta incerteza está relacionada à variabilidade das propriedades físicas e mecânicas de um corpo rochoso segundo diferentes direções, como por exemplo, a variação no módulo de deformabilidade e da resistência à compressão uniaxial em rochas estratificadas.

Como consequência da incerteza nos dados de entrada, os resultados fornecidos pelas metodologias de projeto também serão incertos. Por exemplo, o fator de segurança de uma estrutura em rocha não poderá ser considerado como sendo um valor determinístico, deverá então ser analisado com ferramentas da estatística e será representado por uma distribuição probabilística.

Por outro lado, as incertezas epistêmicas são aquelas que, em tese, podem ser reduzidas ou eliminadas, através de melhor conhecimento do problema ou da coleta de mais dados (BECK, 2009). Esta incerteza pode ser reduzida, por exemplo, através da aplicação de melhores modelos estruturais (ANG e TANG, 2007).

2.7. MÉTODOS PARA A ANÁLISE DE INCERTEZAS

2.7.1. Método de Monte Carlo

O método de Monte Carlo foi formalizado em 1949, e pode ser descrito como um método estatístico que utiliza conjuntos de números aleatórios para a realização de simulações.

Este método se baseia no conceito de "Processo Estocástico", onde se busca representar problemas matemáticos e físicos por meio da simulação probabilística em sistemas aleatórios.

A simulação de Monte Carlo tem base na amostragem aleatória em um sistema matemático modelado utilizando funções de densidade de distribuição de probabilidade (FDP). Este processo é repetido diversas vezes e o resultado é representado por meio de índices estatísticos, como média e desvio padrão, sobre uma amostra de tamanho adequado.

Para realizar uma simulação de Monte Carlo na solução de um problema envolvendo incertezas, deve-se seguir quatro passos básicos:

- Modelar o problema definindo uma FDP para representar o comportamento de cada uma das suas variáveis com incerteza.
- Gerar valores pseudoaleatórios aderentes à FDP de cada variável do problema.
- Calcular o resultado determinístico substituindo as variáveis pelos valores gerados.
 - Repetir os dois passos anteriores até se obter uma amostra com o número desejado de realizações.
- Agregar e manipular os resultados da amostra de forma a obter uma estimativa da solução do problema.

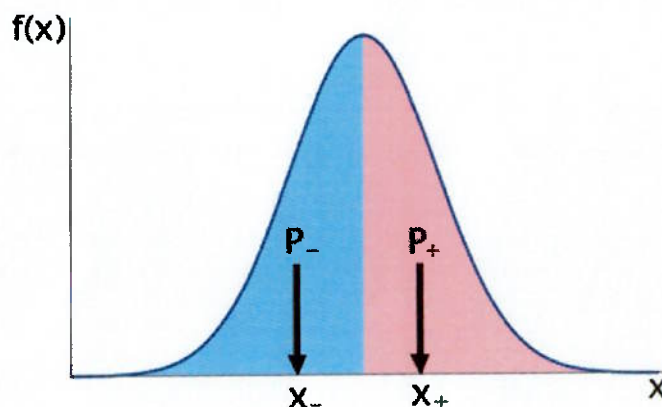
O método é bastante flexível, podendo ser aplicado a uma grande variedade de problemas. No entanto, apresenta como dificuldades a determinação do número adequado de simulações necessárias, o fato do crescimento do número de simulações poder demandar esforço computacional muito grande, e a escolha do tipo de distribuição probabilística mais adequado para representar as variáveis de entrada.

2.7.2. Método das Estimativas Pontuais

O método das estimativas pontuais ou método de Rosenblueth, se baseia em uma técnica de aproximação numérica para a integração de funções desenvolvida por Rosenblueth em 1975.

Neste método, a distribuição de probabilidade de cada variável aleatória do problema é representada por dois pontos x_+ e x_- , com probabilidades P_+ e P_- , respectivamente.

Figura 5 - Estimativas pontuais de uma função de densidade de probabilidades.



Fonte: Sansone (2019).

As estimativas pontuais serão dadas por:

$$x_- = \bar{x} - \sigma_x \quad (11)$$

$$x_+ = \bar{x} + \sigma_x \quad (12)$$

Com:

$$P_- = P_+ = \frac{1}{2} \quad (13)$$

Calculando-se o valor da função de interesse nesta pesquisa, o fator de segurança (FS), a partir das estimativas pontuais da variável aleatória tem-se:

$$FS_- = f(x_-) \quad (14)$$

$$FS_+ = f(x_+) \quad (15)$$

Com valor esperado $E(FS)$ e variância $V(FS)$ iguais a:

$$E(FS) = P_-x_- + P_+x_+ = \frac{x_- + x_+}{2} \quad (1^\circ \text{ momento}) \quad (16)$$

$$V(FS) = E\left((FS - E(FS))^2\right) = E(FS^2) - E(FS)^2 \quad (17)$$

Onde:

$$E(FS^2) = P_{-}x_{-}^2 + P_{+}x_{+}^2 = \frac{x_{-}^2 + x_{+}^2}{2} \text{ (2º momento)} \quad (18)$$

Expandindo o raciocínio para duas variáveis aleatórias x e y tem-se:

$$FS_{--} = f(x_{-}, y_{-}) = f(\bar{x} - \sigma_x, \bar{y} - \sigma_y) \quad (19)$$

$$FS_{-+} = f(x_{-}, y_{+}) = f(\bar{x} - \sigma_x, \bar{y} + \sigma_y) \quad (20)$$

$$FS_{+-} = f(x_{+}, y_{-}) = f(\bar{x} + \sigma_x, \bar{y} - \sigma_y) \quad (21)$$

$$FS_{++} = f(x_{+}, y_{+}) = f(\bar{x} + \sigma_x, \bar{y} + \sigma_y) \quad (22)$$

Com:

$$P_{--} = P_{-+} = P_{+-} = P_{++} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} \quad (23)$$

O valor esperado $E(FS)$ e a variância $V(FS)$ serão iguais a:

$$E(FS) = P_{--}FS_{--} + P_{-+}FS_{-+} + P_{+-}FS_{+-} + P_{++}FS_{++} = \frac{FS_{--} + FS_{-+} + FS_{+-} + FS_{++}}{4} \quad (24)$$

$$V(FS) = E(FS^2) - E(FS)^2 \quad (25)$$

Onde:

$$E(FS^2) = P_{--}FS_{--}^2 + P_{-+}FS_{-+}^2 + P_{+-}FS_{+-}^2 + P_{++}FS_{++}^2 = \frac{FS_{--}^2 + FS_{-+}^2 + FS_{+-}^2 + FS_{++}^2}{4} \quad (26)$$

Este método apresenta restrições caso os parâmetros apresentem distribuições fortemente assimétricas. Além disto, a aplicação do método torna-se trabalhosa com o aumento do número de variáveis envolvidas no problema.

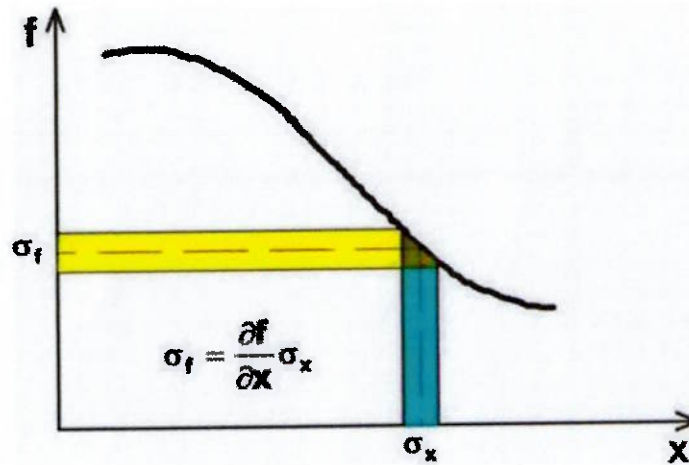
2.7.3. Método do Segundo Momento de Primeira Ordem

O método do Segundo Momento de Primeira Ordem se baseia em expressar a função de interesse (por exemplo, o fator de segurança) como uma função de diferentes variáveis aleatórias consideradas na análise estatística.

Dada uma função $f = f(x, y, \dots)$ onde x, y, \dots , são grandezas experimentais com erros $\sigma_x, \sigma_y \dots$ independentes entre si. Inicialmente supondo-se f apenas função de x .

O gráfico da Figura 6 representa $f(x)$ onde o erro σ_f pode ser obtido pela simples projeção do erro σ_x .

Figura 6 - Método do Segundo Momento de Primeira Ordem.



Fonte: Sansone (2019).

Assim:

$$\sigma_f = \frac{\partial f}{\partial x} \sigma_x \quad (27)$$

Pode-se escrever também:

$$f_i - \bar{f} = \frac{\partial f}{\partial x} (x_i - \bar{x}) \quad (28)$$

Generalizando para x, y, ... Tem-se:

$$f_i - \bar{f} = \frac{\partial f}{\partial x} (x_i - \bar{x}) + \frac{\partial f}{\partial y} (y_i - \bar{y}) + \dots \quad (29)$$

Considerando que a variância de f é dada por:

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{N-1} \sum (f_i - \bar{f})^2 \quad (30)$$

Tem-se:

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{N-1} \sum \left(\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 (x_i - \bar{x})^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 (y_i - \bar{y})^2 + 2 \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) + \dots \right) \quad (31)$$

Considerando que:

$$\text{Variância de } x: \sigma_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 \quad (32)$$

$$\text{Variância de } y: \sigma_y^2 = \frac{1}{N-1} \sum (y_i - \bar{y})^2 \quad (33)$$

$$\text{Covariância de } x \text{ para } y: \sigma_{xy} = \frac{1}{N-1} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (34)$$

$$\text{E que se } x \text{ e } y \text{ são independentes: } \sigma_{xy} = 0 \quad (35)$$

A expressão 31 ficará:

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \dots \quad (36)$$

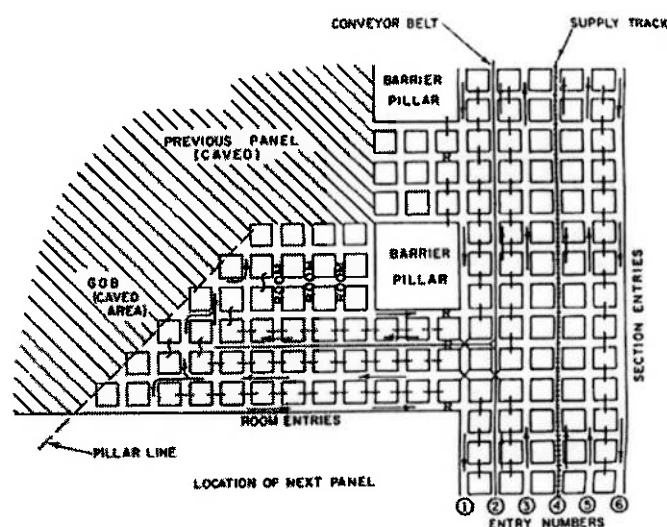
Com isto, tem-se a fórmula geral para a variância da função a partir das variâncias de cada variável.

2.7. LAVRA DE MINAS PELO MÉTODO DE CÂMARAS E PILARES

2.7.1. Descrição do método

O método de lavra por Câmara e Pilares se aplica a jazidas tabulares horizontais ou pouco inclinadas nas quais o minério é escavado formando câmaras ou salões que tem o teto sustentado por pilares de minério não lavrado. A distribuição dos pilares pode ser sistemática ou irregular, conforme a Figura 7.

Figura 7 - Vista em planta de área lavrada pelo método de câmara e pilares.



Fonte: Sansone (2019).

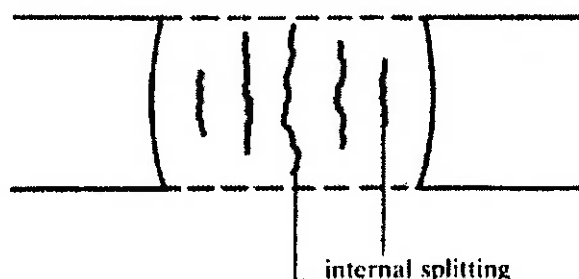
Os pilares, desta forma, são porções de rocha não escavada que podem assumir diversos formatos e possuem função estrutural, fornecendo sustentação às escavações subterrâneas.

Os pilares podem ser classificados da seguinte forma:

- Pilares de suporte: suportam as escavações subterrâneas e são posicionados sistematicamente de modo a garantir a estabilidade da mina.
- Pilares de separação, barreira, de controle ou alongados: separam as frentes de lavra; auxiliam na redução do deslocamento e da convergência do teto e do piso das escavações, absorvendo as energias liberadas pelo maciço.
- Pilares de proteção: protegem os limites da mina, eliminando a influência de efeitos externos à área da mineração.

Os pilares estão geralmente submetidos a tensões de compressão uniaxial advindas do peso da rocha sobrejacente a este, que provocam o aumento de sua largura e a redução da altura. O deslocamento lateral ocorre a partir de seu centro para as bordas, como pode ser visto na Figura 8.

Figura 8 - Deformação em um pilar.

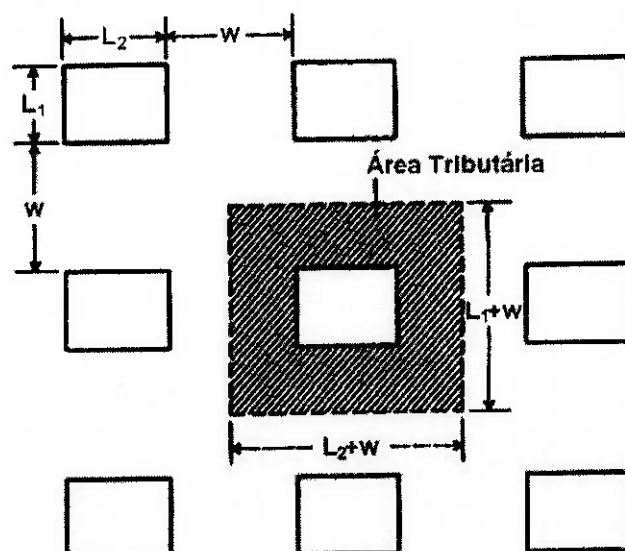


Fonte: Sansone (2019).

2.7.2. Análise da estabilidade de pilares em rocha

O dimensionamento de pilares é comumente realizado utilizando o critério da área tributária, que considera que cada pilar é responsável pela sustentação do maciço rochoso acima de si e mais metade do vão livre entre ele e os demais, em todas as direções, como pode ser visto na Figura 9.

Figura 9 - Geometria dos pilares aplicada no critério da área tributária.



Fonte: Sansone (2019).

As seguintes relações podem ser deduzidas:

$$\text{Área do pilar } (A_p) = L_1 \cdot L_2 \quad (37)$$

$$\text{Área total } (A_t) = (L_1 + W)(L_2 + W) \quad (38)$$

A tensão atuante sobre o pilar (σ_p) será dada por:

$$\sigma_p = \sigma_v \frac{A_t}{A_p} \quad (39)$$

Sendo σ_v a tensão vertical natural, dada pela equação (1).

A definição das dimensões do pilar deve ser feita adotando-se um fator de segurança adequado para o projeto:

$$\text{Fator de segurança} = \frac{F_{Res}}{F_{Sol}} \quad (40)$$

Para o caso de um pilar quadrado e considerando-se a expressão de Baushinger para o efeito de forma tem-se:

$$F_{Res} = \left(0,778 + 0,222 \frac{L}{H}\right) \sigma_{cm}; \quad (\text{Forças resistentes}) \quad (41)$$

$$F_{Sol} = \sigma_p = \left(\gamma_z \frac{(L+W)^2}{L^2}\right); \quad (\text{Forças solicitantes}) \quad (42)$$

Onde:

σ_{cm} = Resistência à compressão uniaxial do maciço rochoso;

$L = L_1 = L_2$ = Largura do pilar quadrado;

H = Altura do pilar;

W = Largura da galeria;

γ = peso específico da rocha;

z = profundidade ou espessura das camadas sobrejacentes de rocha.

Com isto, a fórmula completa para o fator de segurança fica:

$$\text{Fator de segurança} = \frac{(0,778 + 0,222 \frac{L}{H}) \sigma_{cm}}{(\gamma z \frac{(L+W)^2}{L^2})} \quad (43)$$

3. MATERIAIS E MÉTODOS

A pesquisa será desenvolvida por meio da construção de modelos computacionais aplicados à análise da estabilidade de pilares em rocha.

Será desenvolvido um exemplo de aplicação dos diversos métodos de análise, a partir do estudo desenvolvido por Zingano, Koppe e Costa em 2004 para o colapso de pilares ocorrido na mina Barro Branco, SC em 2003, onde será estudada a influência das incertezas nas propriedades mecânicas das rochas e dos maciços rochosos sobre a avaliação da condição de estabilidade de um pilar de seção quadrada em uma mina subterrânea lavrada pelo método de câmaras e pilares com base no critério da área tributária. A análise seguirá os seguintes passos:

- Cálculo do fator de segurança de um pilar na mina Barro Branco, SC, a partir dos dados apresentados por Zingano, Koppe e Costa (2004).
- Análise de sensibilidade do fator de segurança para a variação dos parâmetros: resistência à compressão uniaxial da rocha intacta; e geological strength index (GSI).
- Análise da distribuição probabilística do fator de segurança para a variação dos parâmetros: resistência à compressão uniaxial e geological strength index (GSI) com a avaliação da probabilidade de ruptura do pilar utilizando os métodos de Monte Carlo, das Estimativas Pontuais e do Segundo Momento de Primeira Ordem.

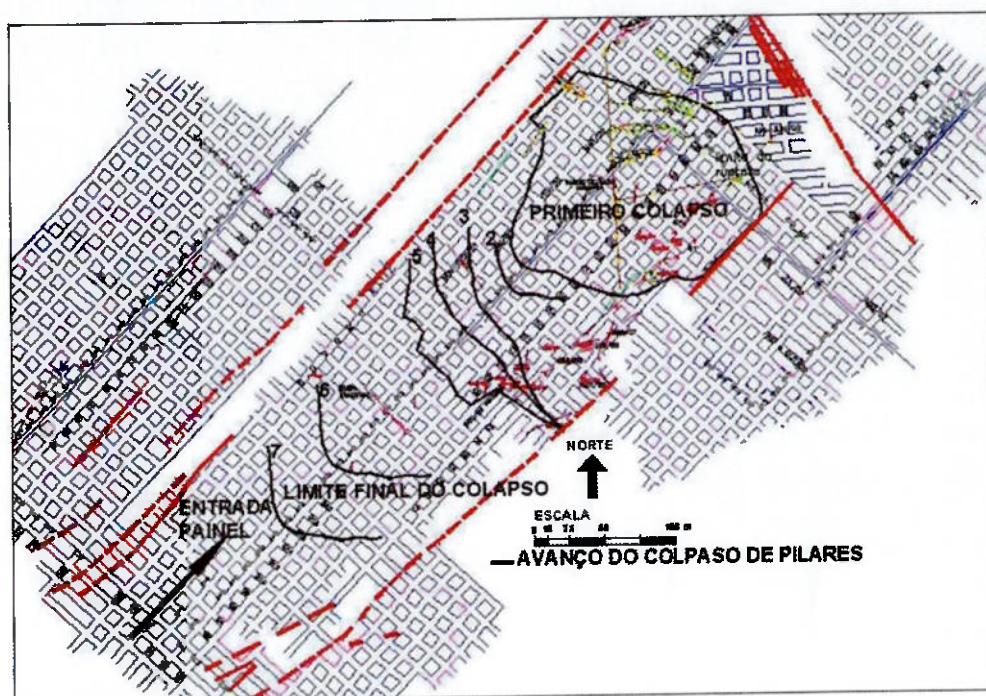
Serão utilizados programas computacionais tais como: Mathematica® da Wolfram Research e Excel® da Microsoft.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. ESTUDO DE UM PILAR DA MINA BARRO BRANCO, SC

Em um acidente em 2003 na mina Barro Branco localizada a 30 km de Criciúma, SC, cerca de 100 pilares sofreram ruptura em menos de 3 horas. Mais de 700 pilares romperam nas 6 semanas seguintes em um efeito dominó que levou à ocorrência de 1 morte. Todo um painel foi colapsado e, posteriormente, a mina se manteve fechada por questões de segurança em razão dos efeitos que se propagaram por toda a área de lavra, vide Figura 10.

Figura 10 – Painel de lavra da mina do Barro Branco onde ocorreu o colapso de pilares.



Fonte: Zingano, Koppe e Costa (2004)

Em 2004 Zingano, Koppe e Costa estudaram o acidente ocorrido e a partir das informações por eles apresentadas, será estudado um pilar típico que se constituirá no exemplo básico usado nas análises. Os dados são:

- $z = 60 \text{ m}$ (Profundidade)
- $H = 4 \text{ m}$ (Altura do pilar)
- $W = 5 \text{ m}$ (Largura da galeria)
- $L = 8 \text{ m}$ (Largura do pilar quadrado)
- $\gamma = 0,024 \text{ Mn/m}^3$ (Peso específico da rocha)
- $\sigma_{ci} = 30 \text{ MPa}$ (Resistência à compressão uniaxial da rocha intacta)

GSI = 75 (Geological Strength Index do maciço rochoso)

D = 0 (Fator de qualidade da escavação)

O valor de GSI igual a 75 denota um maciço rochoso que corresponde a uma massa de rocha não perturbada e bem travada, constituída por blocos cúbicos formados a partir da interseção de até três conjuntos de descontinuidades, sendo as superfícies de fraturas rugosas.

Enquanto que o valor de D igual a 0 corresponde à escavação de galerias com desmonte por explosivos de boa qualidade.

A partir destes dados foram calculados, utilizando as fórmulas 8 e 9, os valores das constantes do critério de Hoek e Brown:

$$m = 0,0622$$

$$s = 0,501$$

Utilizando a fórmula 10, foi calculada a resistência à compressão uniaxial do maciço rochoso:

$$\sigma_{cm} = 7,46 \text{ MPa}$$

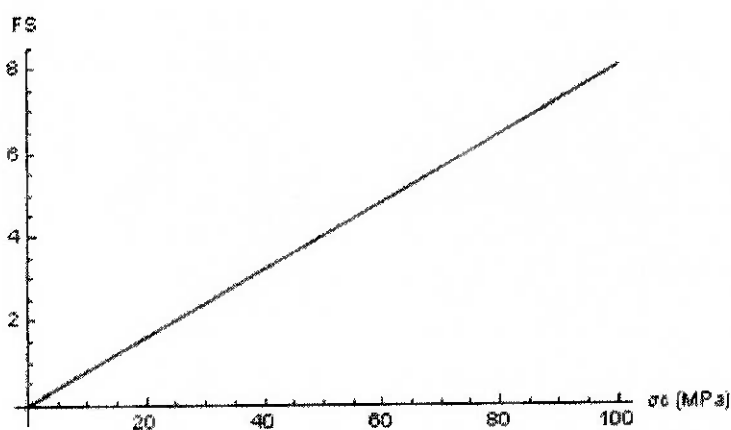
Finalmente, utilizando a fórmula 43 foi calculado o fator de segurança do pilar:

$$FS = 2,40$$

4.2. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Para a análise de sensibilidade para a resistência à compressão uniaxial da rocha intacta, usou-se uma faixa de variação de 0 a 100 MPa, sendo que o valor apontado por Zingano, Koppe e Costa foi de 30 MPa, obtendo-se a Figura 11 a seguir:

Figura 11 - Gráfico da variação do fator de segurança em função da resistência à compressão uniaxial da rocha intacta.

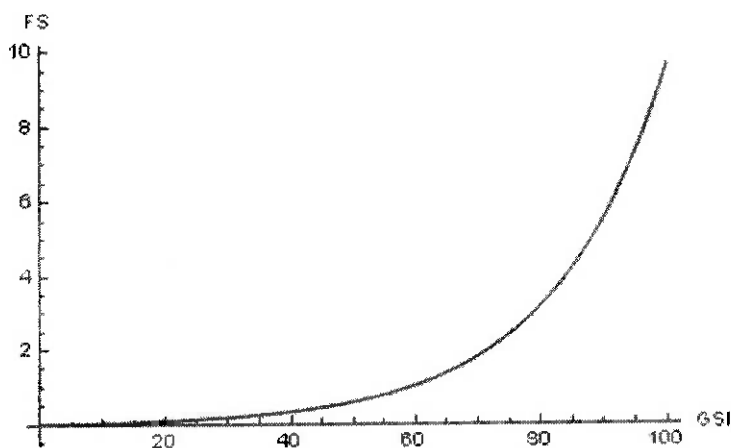


Fonte: Arquivo pessoal.

Pode-se verificar que existe uma relação linear crescente entre a resistência à compressão uniaxial da rocha intacta e o fator de segurança, como se esperaria pela análise da fórmula (43). Além disto, o valor da resistência à compressão uniaxial que torna o fator de segurança igual a 1 é de 12,45 MPa.

Na análise de sensibilidade para o Geological Strength Index (GSI), a faixa de variação adotada foi de 0 a 100. Com isto, a Figura 12 a seguir foi obtida:

Figura 12 - Gráfico da variação do fator de segurança em função do GSI.



Fonte: Arquivo pessoal

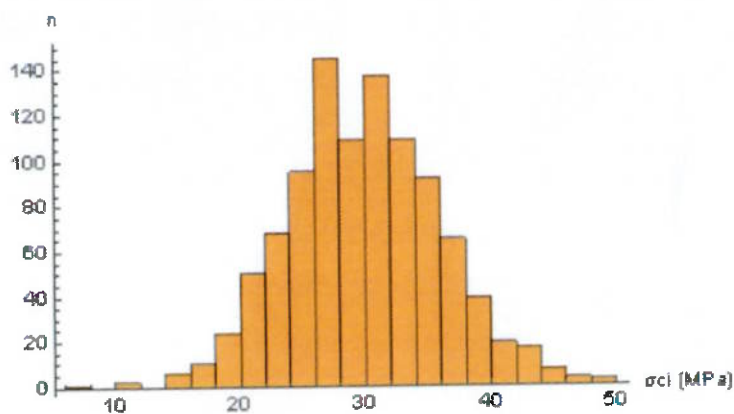
Neste caso, pode-se verificar uma relação não linear crescente entre o fator de segurança e o GSI, sendo também possível de ser verificado pela análise da fórmula (43). O valor do GSI que torna o fator de segurança igual a 1 é de 59,45.

4.3. ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO PROBABILÍSTICA DO FATOR DE SEGURANÇA DO PILAR PELO MÉTODO DE MONTE CARLO

A análise estatística do fator de segurança de um pilar pelo método de Monte Carlo, para as incertezas na resistência à compressão uniaxial da rocha intacta e no GSI, foi realizada utilizando os dados do exemplo base anteriormente exposto, um coeficiente de variação ($cv = \frac{\sigma}{\bar{x}}$) inicial igual a 20% para os dois parâmetros e número de elementos em cada amostra igual a 1000.

Na análise da variação da resistência à compressão uniaxial da rocha intacta, foi gerada uma amostra com 1000 elementos, com σ_{ci} limitada à esquerda em zero correspondendo ao histograma da Figura 13 (média de σ_{ci} igual a 30 MPa e $cv = 20\%$).

Figura 13 - Histograma para a amostra de valores da resistência à compressão uniaxial da rocha intacta.

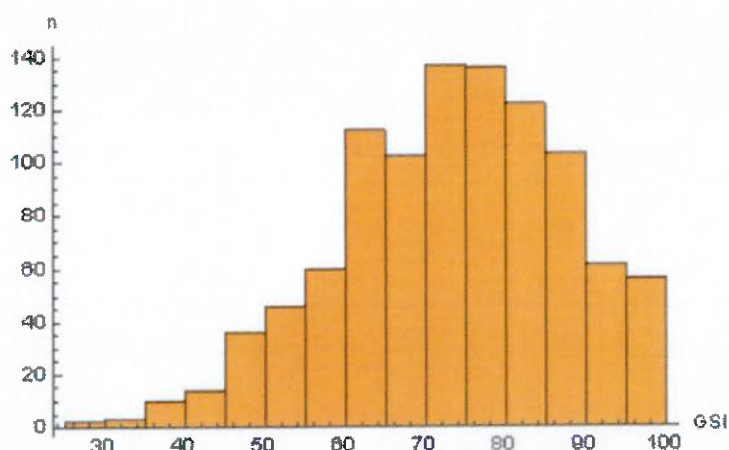


Fonte: Arquivo pessoal.

Pode-se verificar visualmente que o histograma se assemelha a uma distribuição normal, confirmando o método utilizado na amostragem.

Na análise da variação do GSI, também foi gerada uma amostra com 1000 elementos e limitado a esquerda em 0, e a direita em 100, correspondendo ao histograma da Figura 14 (média do GSI igual a 75 e $cv = 20\%$).

Figura 14 - Histograma para a amostra de valores do GSI.

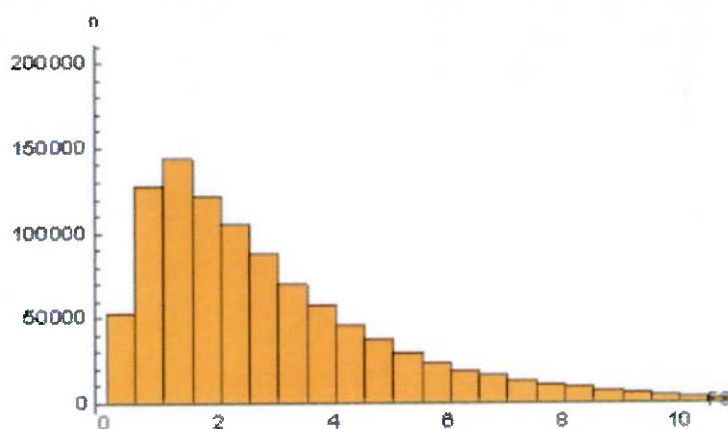


Fonte: Arquivo pessoal.

O histograma apresenta certa assimetria em função do truncamento dos valores do GSI em 100, seu máximo valor possível definido.

Por fim, foi realizada a análise estatística do fator de segurança do pilar para o cruzamento dos conjuntos de dados da resistência à compressão uniaxial da rocha intacta e do GSI. Neste caso, o número de pares gerados foi de 1.000.000, devido à combinação de cada um dos 1.000 elementos de σ_{ci} com cada um dos 1.000 elementos do GSI. Com isto, obteve-se a seguinte Figura 15:

Figura 15 - Histograma para a amostra de valores do fator de segurança com coeficiente de variação igual a 20%.



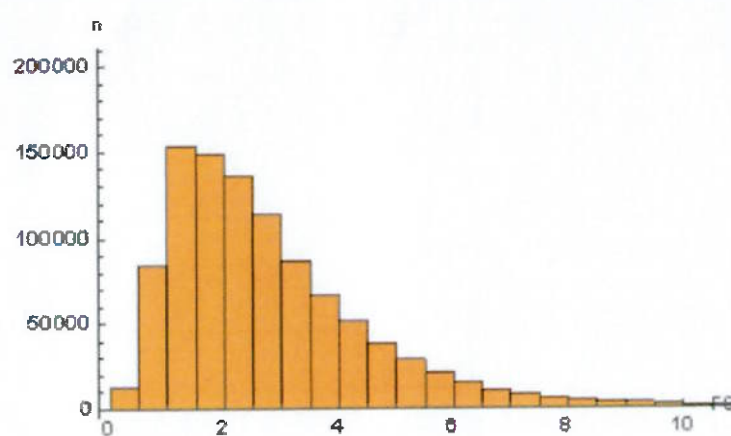
Fonte: Arquivo pessoal.

Neste histograma, nota-se visualmente uma assimetria positiva, e pode-se determinar a média do fator de segurança como 2,85 e sua mediana como 2,25. Em função de a distribuição ser assimétrica observa-se que a mediana se aproxima do valor calculado deterministicamente (2,25 contra 2,40). Além disto, é possível

verificar que a probabilidade de ruptura correspondente à porcentagem de fatores de segurança menores que 1 é de 18,05%.

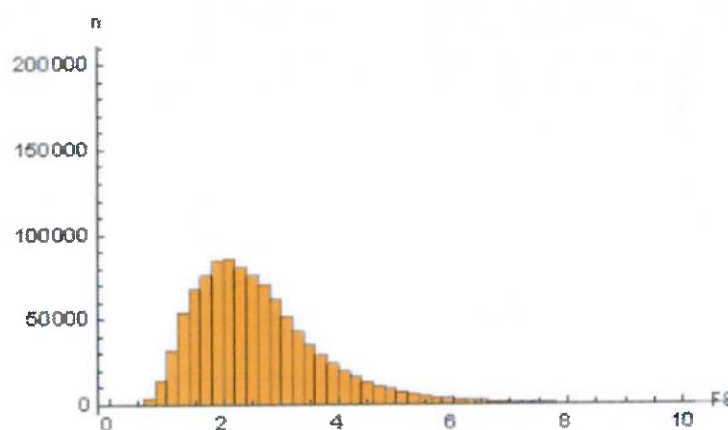
Este processo de análise estatística do fator de segurança para a variação da resistência à compressão uniaxial da rocha intacta e do GSI foi realizado mais três vezes, uma considerando o coeficiente de variação igual a 15%, outra igual a 10% e outra igual a 5%. Com isto, os respectivos histogramas foram gerados nas Figuras 16, 17 e 18:

Figura 16 - Histograma para a amostra de valores do fator de segurança com coeficiente de variação igual a 15%.



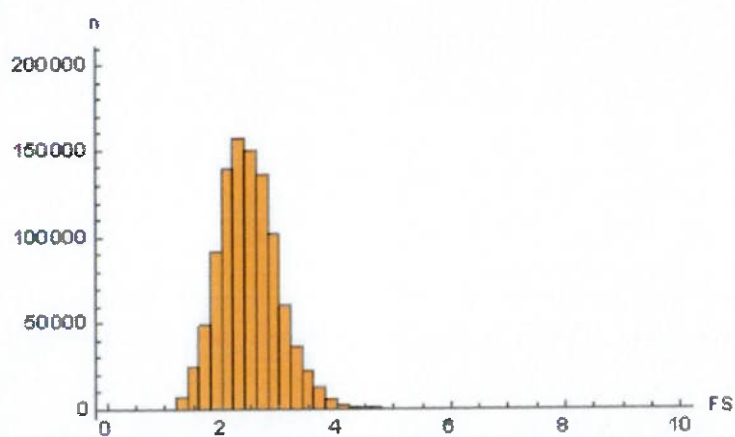
Fonte: Arquivo pessoal.

Figura 17 - Histograma para a amostra de valores do fator de segurança com coeficiente de variação igual a 10%.



Fonte: Arquivo pessoal.

Figura 18 - Histograma para a amostra de valores do fator de segurança com coeficiente de variação igual a 5%.



Fonte: Arquivo pessoal.

Na Figura 16, o histograma gerado também apresenta visualmente uma assimetria positiva, e foi determinada a média do fator de segurança igual a 2,86 e sua mediana igual a 2,40. Enquanto que a probabilidade de ruptura para fatores de segurança menores que 1 é de 9,13%.

No caso da Figura 17, o histograma gerado também apresenta visualmente uma assimetria positiva, e pode-se determinar sua mediana como igual a 2,40. Além disto, sua probabilidade de ruptura é de 1,88%.

Por fim, no caso da Figura 18, pode-se verificar visualmente que o histograma se assemelha a uma distribuição normal, e pode-se determinar sua mediana como igual a 2,44. Além disto, a probabilidade de ruptura é de 0%.

Tabela 1- Relação de coeficiente de variação e probabilidade de ruptura para o método de Monte Carlo

Coeficiente de variação (%)	Probabilidade de ruptura (%)
5	0
10	2
15	9
20	18

Fonte: Arquivo pessoal.

Pode-se verificar visualmente nos três histogramas, que à medida que o coeficiente de variação vai diminuindo, as dispersões dos resultados do fator de segurança vão também diminuindo e se concentrando em torno da mediana, sendo que esta se mantém relativamente constante.

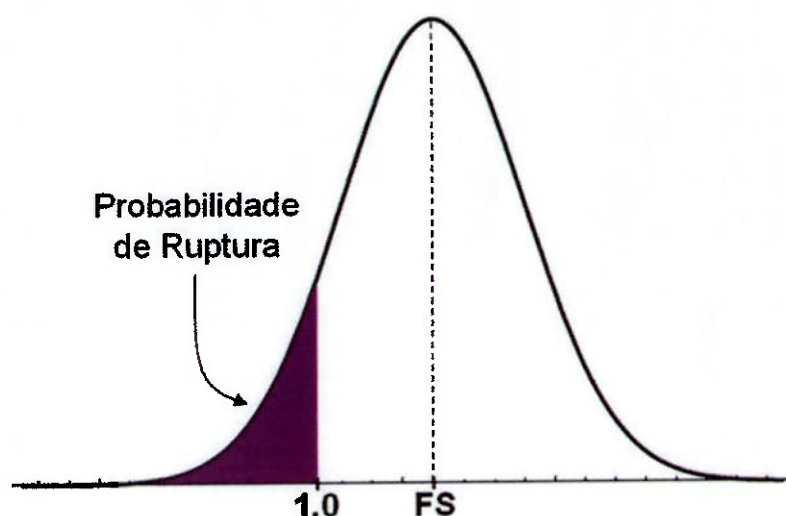
4.4. ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO PROBABILÍSTICA DO FATOR DE SEGURANÇA DO PILAR PELO MÉTODO DAS ESTIMATIVAS PONTUAIS

A análise estatística, pelo método das estimativas pontuais, do fator de segurança do pilar para a variação da resistência à compressão uniaxial da rocha intacta e do GSI, foi realizada usando também os dados do Exemplo Base anteriormente exposto.

Para o cálculo do valor esperado $E(FS)$ e a variância $V(FS)$, foram utilizadas as equações (19), (20), (21), (22), (24), (25) e (26), com coeficientes de variações de 5%, 10%, 15% e 20%.

Com estas informações, calculou-se a probabilidade de ruptura como $P(FS) < 1$ (Figura 19) em uma distribuição normal com média e desvio padrão calculados para os respectivos coeficientes de variação, como se pode verificar na tabela 2.

Figura 19 - Probabilidade de ruptura com $P(FS) < 1$



Fonte: Sansone (2019).

Tabela 2 - Relação de coeficiente de variação e probabilidade de ruptura para o método das Estimativas Pontuais.

Coeficiente de variação (%)	Probabilidade de ruptura (%)
5	0,27
10	6,6
15	13
20	17

Fonte: Arquivo pessoal.

4.5. ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO PROBABILÍSTICA DO FATOR DE SEGURANÇA DO PILAR PELO MÉTODO DO SEGUNDO MOMENTO DE PRIMEIRA ORDEM

A análise estatística, pelo método do segundo momento de primeira ordem (FOSM), do fator de segurança do pilar para a variação da resistência à compressão uniaxial da rocha intacta e do GSI, foi realizada usando também os dados do exemplo base.

Utilizando a equação 36 deste modelo, descrita anteriormente, e os coeficientes de variações de 5%, 10%, 15% e 20%, calculou-se a probabilidade de ruptura como $P(FS) < 1$ em uma distribuição normal com média e desvio padrão calculados para os respectivos coeficientes de variações, como se pode verificar na Tabela 3.

Tabela 3 - Relação de coeficiente de variação e probabilidade de ruptura para o método do Segundo Momento de Primeira Ordem.

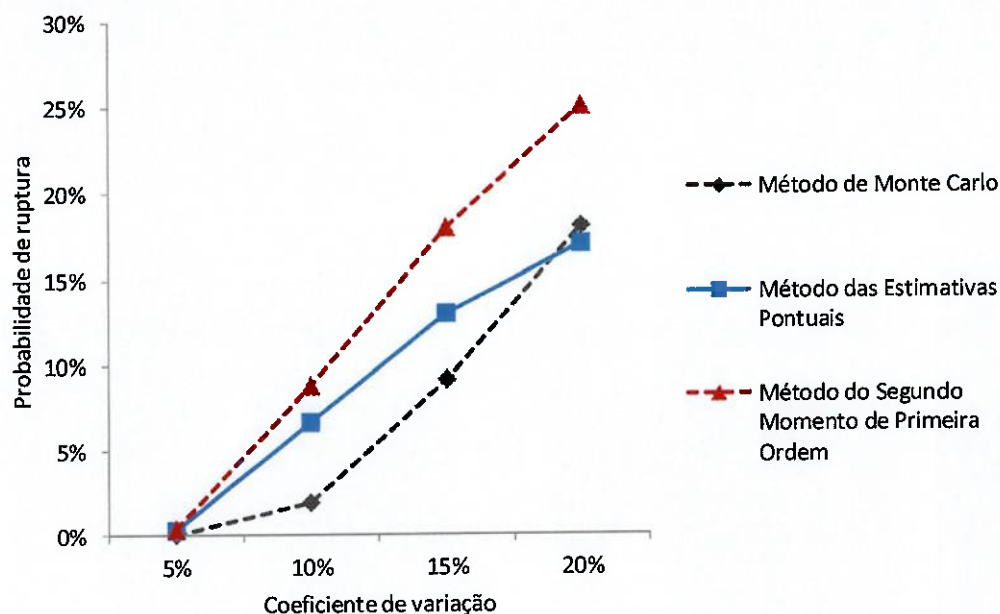
Coeficiente de variação (%)	Probabilidade de ruptura (%)
5	0,34
10	8,8
15	18
20	25

Fonte: Elaboração própria.

4.6. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

A partir dos resultados obtidos com a aplicação dos três métodos, foi possível construir um gráfico para a análise do efeito das incertezas nos parâmetros mecânicos da rocha e do maciço rochoso representado pelo coeficiente de variação, sobre a probabilidade de ruptura do pilar, como se pode verificar na Figura 20 a seguir.

Figura 20 - Gráfico de probabilidade de ruptura do pilar em função do coeficiente de variação para os três métodos utilizados.



Fonte: Elaboração própria.

Pode-se concluir, portanto, que o método do Segundo Momento de Primeira Ordem apresenta as maiores probabilidades de ruptura para um mesmo coeficiente de variação na comparação com os outros métodos. Enquanto que os métodos das Estimativas Pontuais e de Monte Carlo apresentam resultados mais próximos, principalmente no coeficiente de variação igual a 20%, em que o método de Monte Carlo ultrapassa o das Estimativas Pontuais.

5. CONCLUSÃO

Na análise de sensibilidade realizada, pôde-se verificar que existe uma relação linear crescente entre a resistência à compressão uniaxial da rocha intacta e o fator de segurança e uma relação não linear crescente entre o fator de segurança e o GSI.

Na análise da distribuição probabilística do fator de segurança do pilar pelo método de Monte Carlo, pôde-se verificar que à medida que o coeficiente de variação vai aumentando, as dispersões dos resultados do fator de segurança vão também aumentando e se concentrando em torno da mediana, sendo que esta se mantém relativamente constante.

Assim como na análise realizada pelo método de Monte Carlo, as análises pelo método das Estimativas Pontuais e do Segundo Momento de Primeira Ordem foram realizadas com os mesmos coeficientes de variação, e também resultaram em probabilidades de rupturas crescentes conforme o aumento deste coeficiente.

O método do Segundo Momento de Primeira Ordem apresentou as maiores probabilidades de ruptura para um mesmo coeficiente de variação na comparação com os demais métodos. Enquanto que os métodos das Estimativas Pontuais e de Monte Carlo apresentaram resultados mais próximos, principalmente no coeficiente de variação igual a 20%, em que o método de Monte Carlo ultrapassa o das Estimativas Pontuais.

Conclui-se então, que mesmo um pilar com fator de segurança igual a 2,40 pode apresentar risco de colapso que é representado pela sua probabilidade de ruptura. Na medida em que a incerteza nos parâmetros mecânicos da rocha e do maciço rochoso aumenta, aumenta também, a incerteza no fator de segurança, e portanto, a probabilidade de ruptura do pilar.

Esta pesquisa atingiu o objetivo de analisar a influência da incerteza nas propriedades mecânicas das rochas e dos maciços rochoso sobre a avaliação da condição de estabilidade de pilares em rocha. Esta análise foi realizada a partir do uso de três métodos estatísticos: método de Monte Carlo, Método das Estimativas Pontuais, e método do Segundo Momento de Primeira Ordem.

REFERÊNCIAS

- ANG, A. H-S.; TANG, W. H. Probability concepts in engineering: emphasis on applications to civil and environmental engineering. 2nd. Edition. Jhon Wiley & Sons, 2007.
- BARLA, G. Rock Mechanics and Rock Engineering. v. 36, n. 5, p. 337–337, 2003.
- BECK, A. T.; VERZENHASSI, C. C. Reliability based risk optimization. In: International Conference on Engineering Optimization, Proceedings, Rio de Janeiro, 2008a.
- BRADY, B. H. G.; BROWN, E. T. Rock mechanics: for underground mining. Tradução . Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004.
- BRADY, B. H. G.; BROWN, E. T. Rock mechanics for underground mining. London, Chapman & Hall, 1994.
- FRANKLIN, J. A.; DUSSEAU, M. B. Rock engineering. New York, MacGraw-Hill, 1989.
- GOODMAN, R. E. Introduction to rock mechanics. New York, Wiley, 1980.
- HOEK, E. and BROWN, E.t. The Hoek–Brown failure criterion and GSI – 2018 edition. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, vol. 11, no. 3, p. 445–463, 2019.
- HOEK, E. Practical rock engineering. Vancouver: Rocscience, 2007.
- HUDSON, J. A. Engineering rock mechanics: an introduction to the principles. New York, Pergamon, 2005.
- HUDSON, J. A. et al. Comprehensive rock engineering: principles, practice & projects. Oxford, Pergamon, 1993.

MACÊDO, Alexandre José Buril. Mecânica das Rochas Trabalho2 (1) - Tensões subterrâneas. Docsity. Disponível em: . Acesso em: 16 Oct. 2016.

MAIA, Victor. Geotecnia - Rochas. Máquina de Aprovação. Disponível em: . Acesso em: 16 Oct. 2019.

MELCHERS, R. E. (1999) Structural Reliability Analysis and Prediction . 2nd edition. John Wiley & Sons. 437p.

MENDES, E. Mecânica das Rochas. Disponível em: <<http://pt.slideshare.net/130682/mecnica-das-rochas>>. Acesso em: 19 oct. 2016.

ROCHA, Otávio Fernandes Lima. Conformação Mecânica. Disponível em: . Acesso em: 19 Apr. 2019.

SANSONE, E. C. Material de aula da disciplina PMI3309 – Mecânica de Rochas Aplicada à Mineração I, 2018. Acesso em: 19 out. 2016.

SANSONE, E. C. Material de aula da disciplina PMI3311 – Mecânica de Rochas Aplicada à Mineração II, 2018. Acesso em: 19 out. 2016.

SANSONE, E. C. Material de aula da disciplina PMI3233 – Mecânica de Rochas Aplicada à Mineração III, 2018. Acesso em: 1 ag. 2018.

ZINGANO, André Cezar; KOPPE, Jair Carlos and COSTA, João Felipe Coimbra Leite. COLAPSO DE PILARES EM MINA SUBTERRÂNEA DE CARVÃO – MINA DO BARRO BRANCO – SANTA CATARINA. 2004.